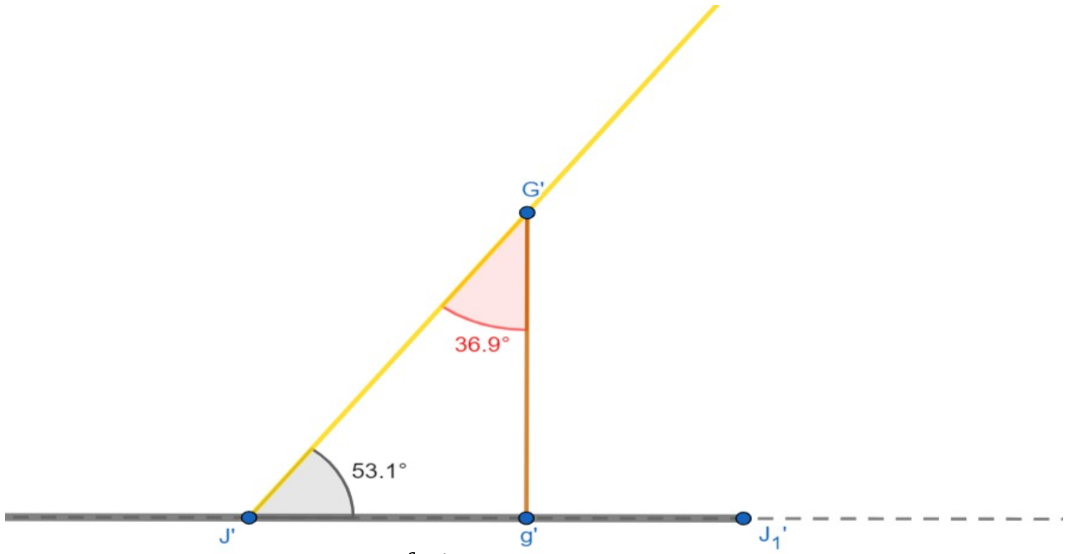
Les connaissances en géométrie

Gnomon et ombre du gnomon

Le soleil frappe le gnomon *vertical* g'G' . Son ombre est g'J' sur le sol *horizontal*.
Ce qu'on savait fait faire au temps de Pytheas :

- mesurer la longueur de l'ombre
- poser le rapport : $\frac{ombre}{gnomon} = \frac{g'J'}{g'G}$, ce qui aujourd'hui s'appelle la tangente de l'angle $\widehat{g'G'J'}$.

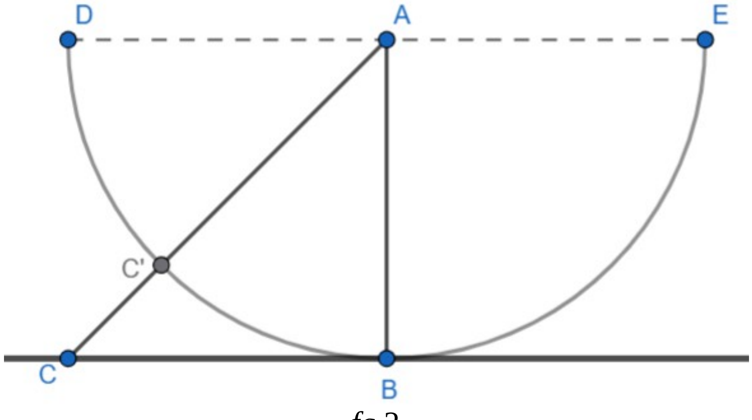
Ils ne connaissaient pas la trigonométrie ni même les mesures d'angle.



fg 1

Angles

Ils savaient faire des projections gnomoniques d'un demi-cercle (mais ils ne connaissaient ni le nom ni les propriétés de cette transformation) :
En géométrie plane, une projection gnomonique est la projection d'un demi-cercle sur une droite tangente à ce demi-cercle dont le centre est le centre du cercle.
Sur le dessin ci-dessous :



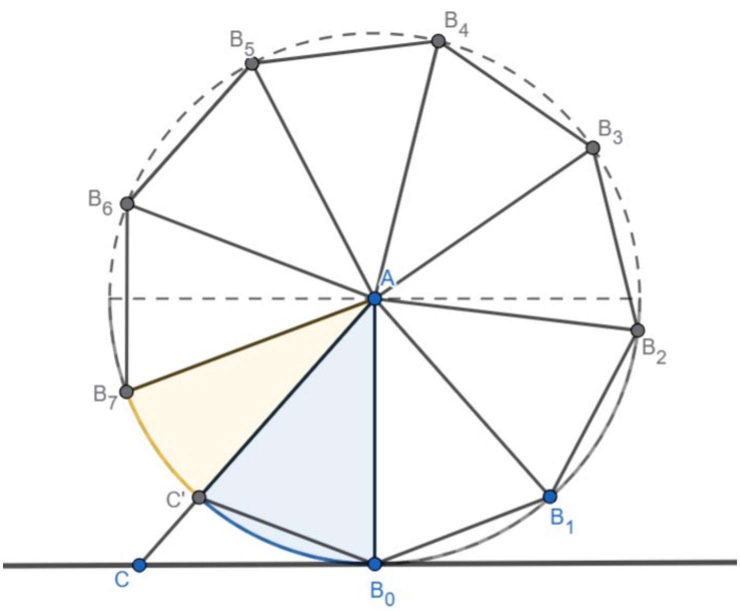
fg 2

- A est le centre du demi-cercle et de la projection gnomonique
- B est le projection gnomonique de B
- C est la projection gnomonique de C'
- D et E n'ont pas de projections gnomoniques sur la droite (BC) (les projections seraient des points à l'infini).

Plus généralement, tous les points du demi cercle (DBE) ont une projection gnomonique sur la droite (BC) (sauf D et E) et réciproquement, tous les points de la droite (DE) sont les projections gnomoniques d'un point du demi-cercle (DBE)

Ils pouvaient associer des longueurs sur une droite, à des arcs de cercle dont les mesures étaient données en fraction de cercle

Exemple



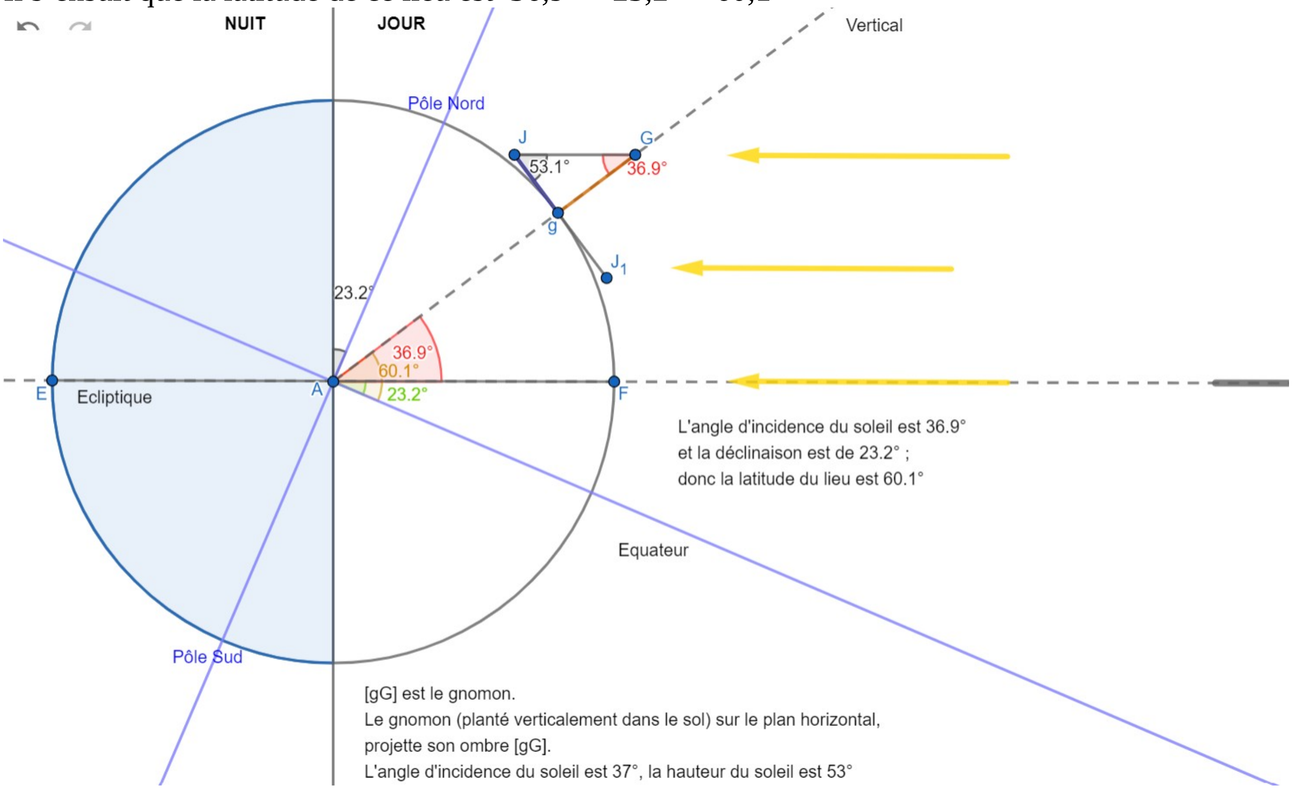
fg 3

Pour associer la longueur CB de la *fg* 2 à une mesure d'un arc de cercle de centre A et de rayon AB, on va déterminer combien de fois le secteur en bleu C'AB est contenu dans le cercle.
1 - on place les points C', dont la projection gnomonique est C et B_0 dont la projection gnomonique est B. Ici, B = B_0 .
2 - on reporte autant de fois que possible la longueur de l'arc C'B_0 sur le cercle (ce qui revient à reporter le segment C'B_0 sur le cercle). On a obtenu 8 points B_0 , B_1, … , B_7. Il reste un arc de cercle (en jaune)
On dira : $\widehat{CAB} = \frac{8}{9}\text{de cercle} + \widehat{B_7AC'}$
3 - on mesure l'angle $\widehat{B_7AC'}$ de la même façon que ci-dessus.

Ombre et latitude

Reprenons le dessin *fg* 1. L'angle d'incidence du soleil $\widehat{g'G'J'}$ est aussi l'angle au centre de la terre, entre l'écliptique et le rayon de la terre se prolongeant par le gnomon.
Pour avoir la latitude, il faut ajouté la déclinaison qui, sur la figure *fg* 4 est de 23°2.

Il s’ensuit que la latitude de ce lieu est 36,9° + 23,2° = 60,1°



fg 4